

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАССЕИВАНИЯ ЧАСТИЦ ГРАНУЛИРОВАННОЙ СРЕДЫ

Шарко В., канд. техн. наук,
e-mail: vladim.vegov@almadavir.com, <https://orcid.org/0000-0002-4497-4945>
НЦ «Альмадавир»,
Цулая А., канд. физ.-мат. наук, с.н.с.,
e-mail: anavats51@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-3943-1831>
ГНУ «УкрНИИПИТ им. Л. Погорелого»,

Аннотация

Целью работы является проведение численных расчетов на базе разработанной ранее комплексной модели процесса рассеивания частиц гранулированной среды, которая более адекватно моделирует данный технологический процесс. Модель учитывает взаимное механическое взаимодействие частиц, их столкновение с элементами конструкции устройства рассеивания, влияние воздушного потока на скорость перемещения частиц, а также влияние воздействия на частицы гравитационного поля и вибрации элементов конструкции. На этой основе можно проводить построение соответствующих имитационных моделей.

Численное моделирование на основе достаточно адекватной реальному процессу модели даёт возможность более точно исследовать влияние технических параметров элементов конструкции рассеивания и внешних факторов на распределение частиц по поверхности без проведения натурных экспериментов. Это должно существенно облегчить определение исходных технико-технологических параметров при проектировании машин для рассеивания семян или гранулированных удобрений.

Методы исследования: теория моделирования, физика гетерогенных явлений, пространственно-временная динамика, математическая статистика.

Результаты исследований. На базе разработанной комплексной модели проведено численное моделирование процесса рассеивания гранулированных частиц некоторыми вариантами конструкции устройств рассеивания и оценивание полученных результатов методами математической статистики.

Выводы. Статистическое оценивание результатов численного моделирования процесса рассеивания частиц гранулированной среды в некоторых предложенных вариантах устройств рассеивания дало возможность определить соответствующие законы распределений частиц на поверхности, характерные для данных конструкций.

Ключевые слова: комплексное моделирование, динамика процесса, гранулированная среда, закон распределения.

Постановка проблемы. В работах [1,2] была разработана комплексная модель процесса рассеивания частиц гранулированной среды, учитывающей взаимное механическое взаимодействие частиц, их столкновение с элементами конструкции устройства рассеивания, влияние воздушного потока на скорость перемещения частиц, а также влияние воздействия на ча-

стицы гравитационного поля и вибрации элементов конструкции.

Целью данной работы является проведение численных расчетов на базе разработанной в [1,2] комплексной модели. Численное моделирование на основе достаточно адекватной реальному процессу модели даёт возможность более точно исследовать влияние технических параме-

тров элементов конструкции рассеивания и внешних факторов на распределение частиц по поверхности без проведения натурных экспериментов и установить закономерности процесса рассеивания.

Область применения результатов этой работы – построение имитационных моделей и определение исходных технико-технологических параметров при проектировании и разработке машин для рассеивания семян, гранулированных удобрений или других частиц гранулированной среды.

Основной материал исследования. Используем введенные в [2] - абсолютную систему координат (АСК), связанную с поверхностью рассеивания, и относительную систему координат (ОСК), которая связана с анализируемой частицей в некоторый рассматриваемый момент времени t_k .

Основными интегральными параметрами, применяемые для обобщенного контроля правильности численной реализации модели в момент t_k , являются:

- суммарная кинетическая энергия поступательного движения всех частиц:

$$E_{kv}(t_k) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i |V_i(t_k)|^2, \quad (1)$$

- суммарная кинетическая энергия вращательного движения всех частиц:

$$E_{k\omega}(t_k) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i |V_{\omega i}(t_k)|^2, \quad (2)$$

- суммарная потенциальная энергия деформации всех частиц:

$$E_p(t_k) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (|F'_{xij}(t_k)| \Delta r_{ij}). \quad (3)$$

Здесь из [2]: m_i – масса, V_i – скорость поступательного движения, $V_{\omega i}$ – линейная скорость вращательного движения каждой i -й частицы, F'_{xij} – сила деформации i -й и j -й частиц при столкновении, Δr_{ij} – степень деформации.

Кроме того, анализируется некая условная величина, выбранная эмпирически и не имеющее физического воплощения, но дающее некоторое представление

об отсутствии (или наличии) ошибок расчётов, которую назвали - «среднее время взаимодействия всех частиц в каждый момент времени»:

$$t_{coll,avg}(t_k) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n t_{coll_{ij}}(t_k), \quad (4)$$

где

$$t_{coll_{ij}}(t_k) = \begin{cases} 0 & \left| F'_{xij}(t_k) \right| = 0 \\ t_{k+1} - t_k & \left| F'_{xij}(t_k) \right| \neq 0 \end{cases}, \quad (5)$$

Значения всех четырёх параметров (1)-(4) выводились в виде графика в логарифмическом масштабе. Признаком того, что модель начинала функционировать с ошибками, было очень быстрое увеличение одного или нескольких параметров до значений, имеющих порядок 10^{100} и более.

1. Описание структуры кода комплексной модели и особенностей хода численного моделирования.

Код модели написан в среде MatLab R2017b с подключённым пакетом Statistics and Machine Learning Tool. Программа, осуществляющая численную реализацию модели, состоит из нескольких простых структурных элементов:

- секция инициализации всех переменных, констант, начальных положений частиц и элементов конструкции устройства рассеивания;
- основной цикл, имитирующий системное время, в котором выполняются все процедуры;
- секция визуализации;
- секция статистической обработки.

Были спроектированы два простых варианта устройства рассеивания, условно названные симметричным и несимметричным (рис.1а), предполагая, что каждое из них будет обеспечивать рассеивания, описываемые симметричными и несимметричными функциями распределения вероятностей соответственно. В обоих устройствах имеется воронкообразная верхняя часть («загрузчик»), предназначенная для загрузки частиц.

Рассматривались два варианта исходного расположения частиц: а) идеализированное расположение в виде «облака»

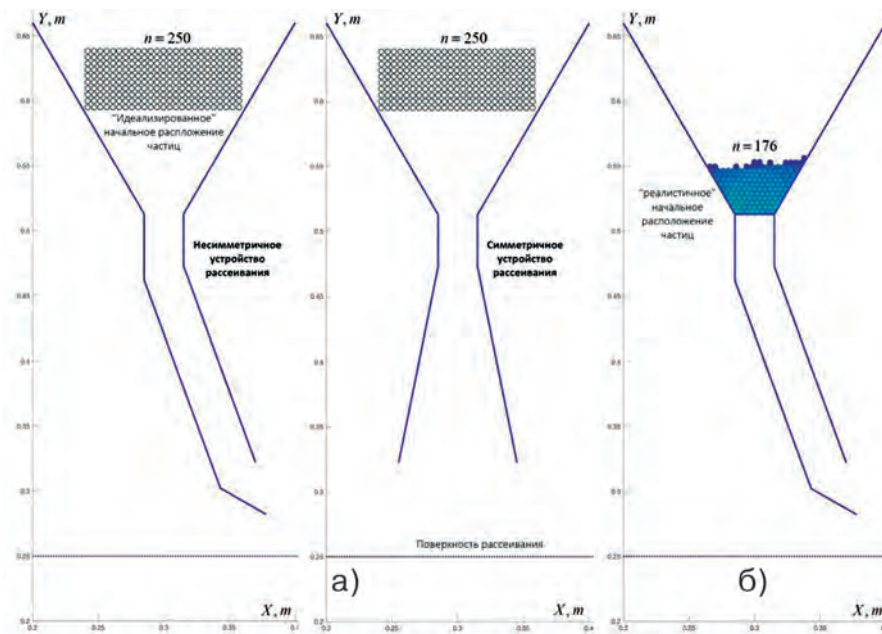


Рисунок 1 – Варианты устройства рассеивания и варианты загрузки частиц

зможность наблюдать действие сил любого порядка, абсолютные значения силы были переведены в логарифмическую шкалу по выражению:

$$F'_x, [dB] = \begin{cases} 10 \lg F'_{x_{min}}, [N] \forall F'_x = 0 \\ 10 \lg |F'_x| [N] \forall F'_x \neq 0 \end{cases}, \quad (6)$$

где $F'_{x_{min}} = 10^{-15} N$, что сравнимо со значением ошибки вычисления среды моделирования.

На рисунке 2 приведена шкала цветов, которая использовалась для визуализации диапазона сил деформации от $0.0034 N$ ($\approx -25 dB$) до $5 N$ ($\approx 7 dB$), определённых эмпирически на этапе оценки возможных значений сил деформации.



Рисунок 2 – Цвет частицы в зависимости от суммарной силы деформации

прямоугольной формы, в котором каждая частица имеет случайное небольшое значение начальной скорости, распределённое по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием (МО) и значением дисперсии $0.1 ms$, и б) расположение, близкое к реалистичному, когда все частицы покоятся в воронке загрузчика.

После старта модели рассчитывались скорости и положения каждой из частиц для каждого момента времени t_k до тех пор, когда последняя частица попадёт на поверхность рассеивания. Для контроля состояния модели процедуры секции визуализации отображали текущее состояние устройства рассеивания и частиц по заданным условиям.

Визуализация состояния процесса численного моделирования проводилась для каждого 50-го, 10-го и 2-го моментов времени. На рис.1 в [1] приведены два скриншота, полученных в разные моменты времени процесса численного моделирования.

Для того, чтобы иметь удобную во-

зможность наблюдать действие сил любого порядка, абсолютные значения силы были переведены в логарифмическую шкалу по выражению:

К примеру, сравнивая цвет частиц, изображённых на рисунке 1 б, со шкалой цвета на рисунке 2, можно сделать вывод, что на большинство частиц действует сила от $-15 dB$ до $-10 dB$, за исключением нескольких верхних частиц, на которые действует сила, значение которой меньше, чем $-25 dB$.

Механическое воздействие внутри гранулированной среды (рис. 3) распространяется волнообразно, повидимому, представляя собой суперпозиции прямых и отражённых волн.

На рисунке 4 хорошо видно, как распространяется механическое возмущение дна, колеблющегося с частотой $200 Hz$ и амплитудой $0.4 mm$ по оси OY , через среду, состоящей из 484-х частиц. Начиная примерно с момента времени $1:94 ms$ можно наблюдать начало образования структуры, которые анализируются во

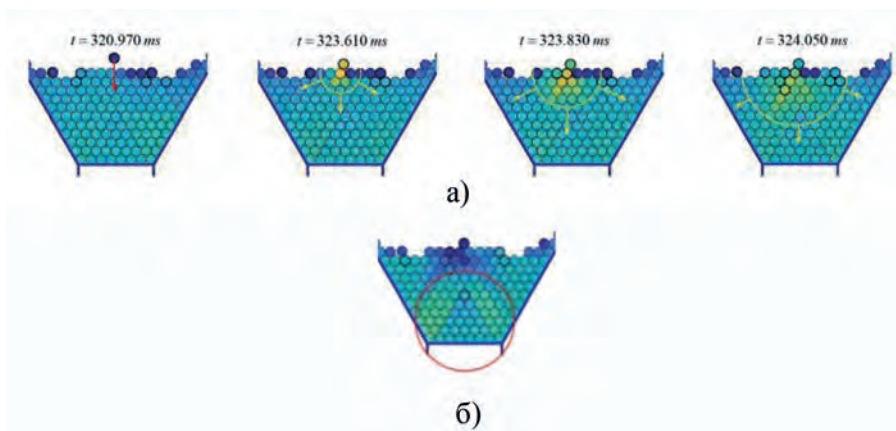


Рисунок 3 – Распространение механического возмущения: результат удара одной частицы, образование простой структуры

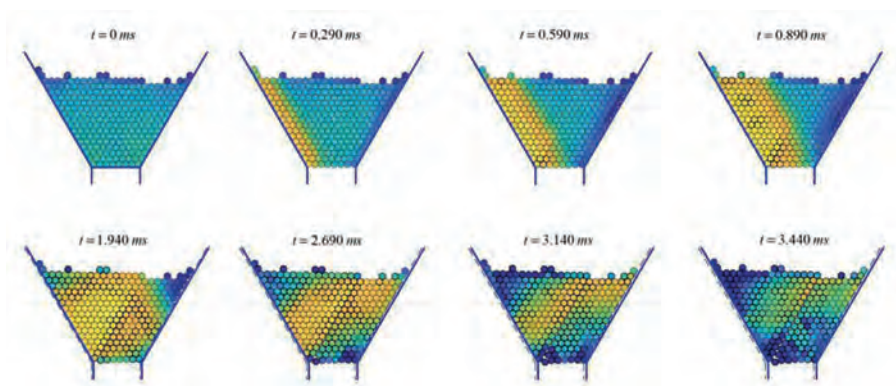


Рисунок 4 – Распространение механического возмущения от колеблющейся стенки

многих работах, например, в [3].

Среда из гранул в принятой нами модели оказалась очень чувствительной к начальным условиям. Так, в двух банках с вибрирующим дном были смоделированы среды с полностью идентичными начальными параметрами, за исключением начальных координат одной частицы: их различие по каждой из осей составляло очень малое значение $10^{-12}m$ (сравнимо с размером атома!).

Шум вычислений малых приращений скорости и координат частиц был ограничен уровнем $10^{-15}m$, что сопоставимо с максимальными ошибками вычислений среды MatLab на платформе macOS. К моменту $0:15ms$ состояния сред начали заметно отличаться, а к концу испытания все частицы в этих банках находились в совершенно разных позициях с разными скоростями.

Это свойство позволило сделать пред-

положение о том, что наша гранулированная среда может принадлежать к категории хаотических систем, что в свою очередь помогает понять, как придать нашей системе стохастический характер: достаточно задать случайные небольшие значения координат или скорости одной единственной частицы, чтобы результирующее расположение частиц было случайным и уникальным от испытания к испытанию.

2. Результаты расчетов и анализ их статистической обработки

После окончания процесса рассеивания гранулированных частиц был получен одномерный вариант реализации $x = (x_p, \dots, x_n)$ выборки $X = (X_p, \dots, X_n)$ координат частиц вдоль оси Ox на поверхности рассеивания,

характеризующий непрерывную случайную величину (СВ) ξ .

Примем, что СВ ξ описывается некоторой теоретической функцией распределения вероятностей $F_\xi(x) = P\{\xi < x\}$, которая нам неизвестна и гипотезы относительно которой мы будем выдвигать. Для ее оценки используем эмпирическую функцию распределения вида:

$$\hat{F}_n(x) = \frac{m_n(x)}{n}, \quad (7)$$

где $m_n(x) = \sum_{i=1}^n I_i(X_i \leq x)$ - случайная

величина, равная числу элементов выборки X , значения которых не превосходят значение x ,

$$I_i(X_i \leq x) = \begin{cases} 1, & \forall X_i \leq x \\ 0, & \forall X_i > x \end{cases}$$

Для предварительного анализа строится статистический аналог (гистограмма) $f_n(x)$

плотности распределения вероятности $f_{\xi}(x)$, получаемый по выборке $X = (X_1, \dots, X_n)$:

$$\hat{f}_n(x) = \frac{m_s}{n|\Delta_s|} n \text{при } x \in \Delta_s, a\Delta_s \in \Delta, \quad (8)$$

где $\Delta = \bigcup_{s=1}^N \Delta_s$ - область значений СВ ξ , полученных в ходе эксперимента, Δ_s - непересекающиеся интервалы, $s = 1, \dots, N$, N - число непересекающихся интервалов, m_s - число наблюдений X_i , попавших в соответствующий интервал, при этом: $m_s = \sum_{i=1}^n I(X_i \in \Delta_s)$, так, что

$$\sum_{s=1}^N m_s = n, |\Delta_s|, |\Delta_s| - \text{длина интервала } \Delta_s,$$

$$I(X_i \in \Delta_s) = \begin{cases} 1, \forall X_i \in \Delta_s \\ 0, \forall X_i \notin \Delta_s \end{cases} \quad (9)$$

Гистограммы, полученные в результате нескольких пробных численных реализаций кода модели, в принципе, не в полной мере соответствовали какому-либо известному закону распределения (рис.5).

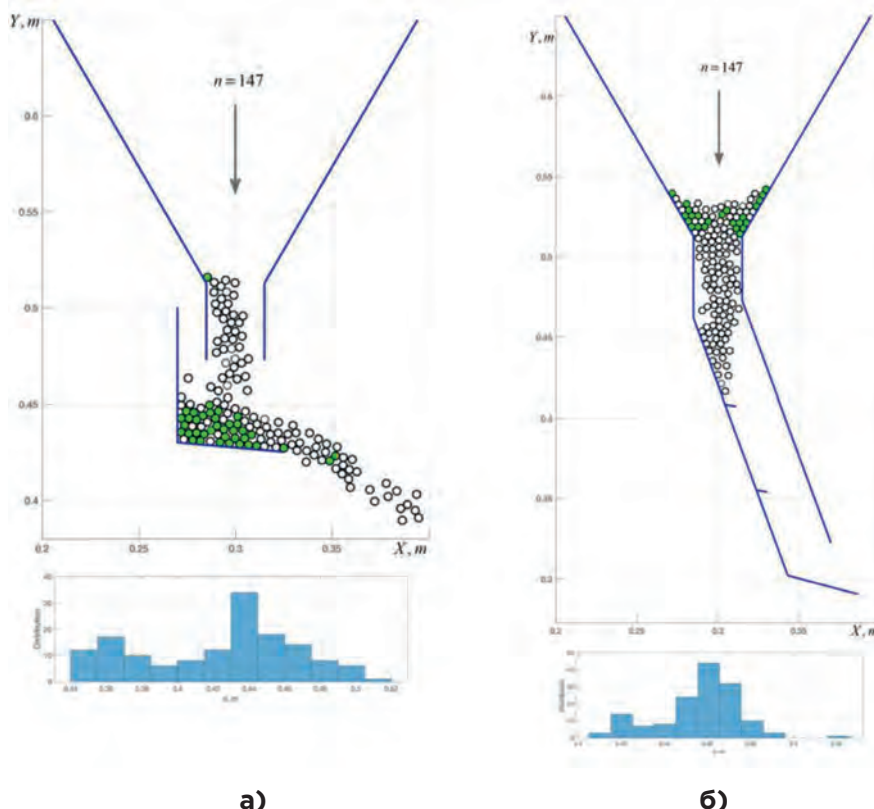


Рисунок 5 - Гистограммы для разных конструкций устройства рассеивания

Этот результат позволил предположить, что некоторые типы конструкций устройств создают такие распределения

рассеянных частиц, вид и параметры теоретической функции распределения $F_{\xi}(x)$ которых могут меняться во времени. Для численного исследования этого предположения был учтен тот факт, что СВ ξ характеризуется не только координатой точки пересечения частицей поверхности рассеивания, но и моментом времени, то есть: $\xi = \xi(w, t)$.

Таким образом, мы пришли к определению некоторого *случайного процесса*, такого, что значение СВ ξ равно координате точки пересечения частицей поверхности рассеивания для любого момента времени, который больше или равен моменту времени пересечения; и некоторому искусственному маловероятному значению, например, 0, в любой другой момент времени:

$$\xi(w, t) = \begin{cases} 0, \forall t < t_x \\ x, \forall t \geq t_x \end{cases}, \quad (10)$$

где t_x - момент времени пересечения частицей поверхности рассеивания.

Значение координаты и момент времени пересечения поверхности являются случайными величинами, поэтому траектории нашего случайного процесса выглядят примерно так, как показано на рисунку 6, представляющим результат одной численной реализации кода модели:

Визуальный анализ позволяет сделать предварительный вывод о том, что эмпирические распределения СВ ξ в различных сечениях, например, при $t_1=0.3s$ и $t_2=0.55s$, могут быть не эквивалентными.

Таким образом, приходим к выводу о необходимости анализа распределений в двух или более сечениях случайного процесса $\xi(w, t)$, эмпирические математическое

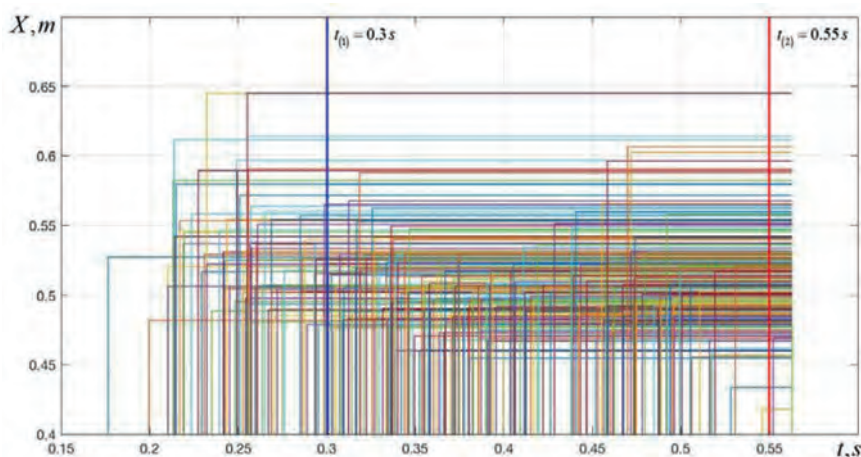


Рисунок 6 - Траектории случайного процесса модели

ожидание (МО) и среднее квадратическое отклонение (СКО) которых рассчитывались по известным выражениям:

$$\hat{\mu}_1 = \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} x_i \Big|_{0 \leq t < t_1}, \hat{\mu}_2 = \frac{1}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} x_i \Big|_{t_1 \leq t < t_{max}}, \quad (11)$$

$$S_1 = \sqrt{\frac{1}{n_1 - 1} \sum_{i=1}^{n_1} (x_i \Big|_{0 \leq t < t_1} - \hat{\mu}_1)^2}, \quad (12)$$

$$S_2 = \sqrt{\frac{1}{n_2 - 1} \sum_{i=1}^{n_2} (x_i \Big|_{t_1 \leq t < t_{max}} - \hat{\mu}_2)^2}$$

где $\hat{\mu}_1, \hat{\mu}_2$ - выборочные моменты 1-го порядка (эмпирические МО) распределений в 1-м и 2-м сечениях, S_1, S_2 - выборочные центральные моменты 2-го порядка (эмпирические СКО) в 1-м и 2-м сечениях, n_1 - число частиц, упавших на поверхность в моменты времени $0 \leq t < t_1$, n_2 - число частиц, упавших в моменты времени $t_1 \leq t \leq t_{max}$. Очевидно, что $n_1 + n_2 = n$.

Для выяснения того, менялся ли закон распределения от момента t_1 к моменту t_2 , используется критерий однородности Колмогорова-Смирнова [4], позволяющий исследовать функции распределения независимо от их типа:

H_0 отвергается $\Leftrightarrow D_{1,2} > \lambda_\alpha \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$, где H_0 - нулевая гипотеза о том, что распределения в оба момента времени эквивалентны (принадлежат одному и тому же теоретическому распределению),

$$D_{1,2} = \sup_{-\infty < x < \infty} |\hat{F}_1(x) - \hat{F}_2(x)|$$

тестовая статистика. Здесь $\hat{F}_1(x), \hat{F}_2(x)$ - эмпирические функции распределения, построенные по выборкам из распределений ξ_1 и ξ_2 , соответствующим сечениям t_1 и t_2 , λ_α - число, определяемое из выражения

$$K(\lambda_\alpha) = 1 - \alpha, \quad (13)$$

где $K(x)$ - распределение Колмогорова,

$$K(x) = \begin{cases} \sum_{q=-\infty}^{\infty} (-1)^q e^{-2q^2 x^2} & \forall x > 0 \\ 0, & \forall x \leq 0 \end{cases}$$

α - уровень значимости, который в нашем случае был принят равным 0,05.

Для проверки простых гипотез о том, согласованы ли распределения частиц в сечениях t_1 и t_2 с нормальным, логарифмически нормальным, логистическим, распределением Пуассона, или равномерным распределением, применяем следующие критерии согласия:

1) критерий Лиллиефорса (модифицированный критерий Колмогорова) [5]: H_{01} отвергается $\Leftrightarrow \sqrt{n} D_{L,N_1} > \lambda_\alpha$.

H_{02} отвергается $\Leftrightarrow \sqrt{n} D_{L,N_2} > \lambda_\alpha$, где

$D_{L,N_1} = \sup_{-\infty < x < \infty} |\hat{F}_1(x) - G_1(x)|$, $D_{L,N_2} = \sup_{-\infty < x < \infty} |\hat{F}_2(x) - G_2(x)|$; а $G_1(x), G_2(x)$ - теоретические функции распределений нормального закона, параметры которых равны эмпирическим параметрам $\hat{\mu}_1, S_1^2$ и $\hat{\mu}_2, S_2^2$, соответственно, из выражений (11) и (12); λ_α - число, определяемое из выражения (13);

2) критерий χ^2 (хи-квадрат) из [4]: H_0 отвергается $\Leftrightarrow \{\bar{X}_n^2 > \chi_{1-\alpha, N-1}^2\}$, где

$$\bar{X}_n^2 = \sum_{s=1}^N \frac{(v_s - n\bar{p}_s)^2}{n} - \text{мера } \chi^2; - \text{мера } \chi^2; N - \text{число}$$

подмножеств группировки, создаваемых при переходе от непрерывных координат положений частиц на поверхности $X = \{X_1, \dots, X_n\}$ к частотам попадания частиц в выделенные интервалы (подмножества) $v = \{v_1, \dots, v_N\}$, $v_s = \sum_{i=1}^n I(X_i \in \Delta_s)$, и

$\bar{X}_n^2 = \sum_{s=1}^N \frac{(v_s - n\bar{p}_s)^2}{n} - \text{мера } \chi^2; I(\cdot) - \text{функция из выражения (9); } \Delta_s - \text{размер подмножества}$

группировки, $U\Delta_s = \Delta$ - область значений СВ ξ в ходе эксперимента; $\tilde{p} = \{\tilde{p}_1, \dots, \tilde{p}_N\}$ - теоретические вероятности, рассчитанные как значения функции распределения:

а) *нормального закона с плотностью:*

$$f(\tilde{x}|\tilde{\mu}, \tilde{\sigma}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\tilde{\sigma}} e^{-\frac{1}{2\tilde{\sigma}^2}(\tilde{x}-\tilde{\mu})^2}, \quad (14)$$

б) *логарифмически нормального закона с плотностью:*

$$f(\tilde{x}|\tilde{\mu}, \tilde{\sigma}) = \frac{1}{\tilde{x}\sqrt{2\pi}\tilde{\sigma}} e^{-\frac{1}{2\tilde{\sigma}^2}(\ln\tilde{x}-\tilde{\mu})^2}; \quad (15)$$

в) *логистического закона с плотностью:*

$$f(\tilde{x}|\tilde{\mu}, \tilde{\sigma}) = \frac{1}{\tilde{x}\tilde{\sigma}} \frac{e^z}{(1+e^z)^2}; \text{ где } z = \frac{\log\tilde{x}-\tilde{\mu}}{\tilde{\sigma}}, \quad (16)$$

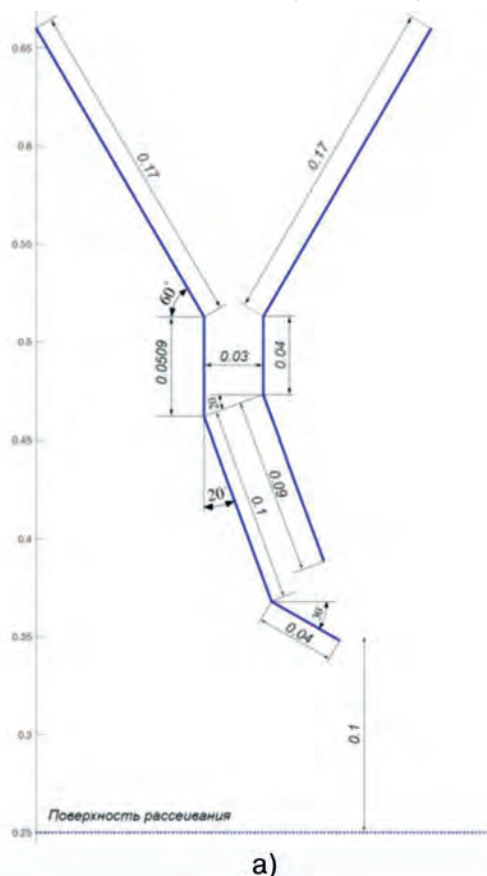
г) *равномерного закона* и д) *закона Пуассона*

с параметрами $\tilde{\mu}$ и $\tilde{\sigma}$, соответствующим выборочным значениям $\hat{\mu}_n$ и \hat{D}_n .

Ниже приведена подробная схема одного из несимметричных устройств, наиболее часто используемого в наших численных экспериментах (рис. 7 а).

Каждое испытание состояло из «вбрасывания» совокупности частиц в загрузчик устройства рассеивания, «прогонки» частиц через устройство, и рассеивания частиц на поверхности. Для каждого испытания записывались графические изображения текущего состояния совокупности частиц, которые затем использовались для предоставления возможности наблюдения динамики распространения частицы. На рисунке 7 б приведены расшифровки параметров, которые отображаются для каждого испытания и значения которых использовались для моделирования и получения исследуемых выборок.

По окончании каждого испытания (эксперимента), рассчитывались значения статистических параметров и тестовых статистик, представляемых в виде таблиц, расшифрованных на рисунке 8. Для визуального представления характеристик распределений использовались изображение ансамбля реализаций и сечений, подобно рисунку 6, гистограммы распределений в двух сечениях и блочная диаграмма для визуального оценивания параметров ра-



- Material:
 - $Y = 7.00e+07$ Pa — модуль Юнга
 - $\nu = 0.4$ — коэффициент Пуассона
 - $A = 2.00e-04$ s — диссипативная константа
 - $\mu = 0.4$ — коэффициент трения
 - $\gamma_t = 5.00e-02$ kg · m — коэффициент "скорости" (условное название)
- Particles:
 - $N = 250$ — число частиц
 - $m_{particle} = 3.5e-04$ kg — масса одной частицы
 - $R_{particle} = 0.002$ m — размер (радиус) одной частицы
- Initial Velocities:
 - $L(V_x) = N(0, 0.1)$ — начальные скорости частиц
 - $L(V_y) = N(-1, 0.1)$ — нормальные случайные величины нач. скоростей с заданным мат. ожиданием и дисперсией
- Air Flow:
 - $C_a = 0.47$ — распределения случайных величин составляющих нач. скоростей по осям
 - $\rho_{air} = 1.265$ kg/m³ — аэродинамический коэффициент сопротивления
 - $V_{air}^x = 0$ m/s — плотность воздуха
 - $V_{air}^y = 0$ m/s — скорости движения воздуха по осям координат
- Vibration:
 - $A_{max} = 0.002$ m — параметры вибрации устройства
 - $f = 100$ Hz — амплитуда частота
- Model:
 - $\Delta_t = 1.00e-05$ s — параметры модели
 - $T_{image} = 50$ — дискретность расчётов
 - $S_{restricted} = 0.004$ m — периодичность сохранения изображений
 - $N_{restricted} = 20$ — число изображений, используемых для создания видео
 - $U_{calc noise} = -150$ dB — размер области, за пределами которой частицы не взаимодействуют
 - $t_{calculation} = 6.75$ hour(s) — допустимое число частиц в указанной выше области

Рисунок 7 - Схема устройства рассеивания и обозначения параметров

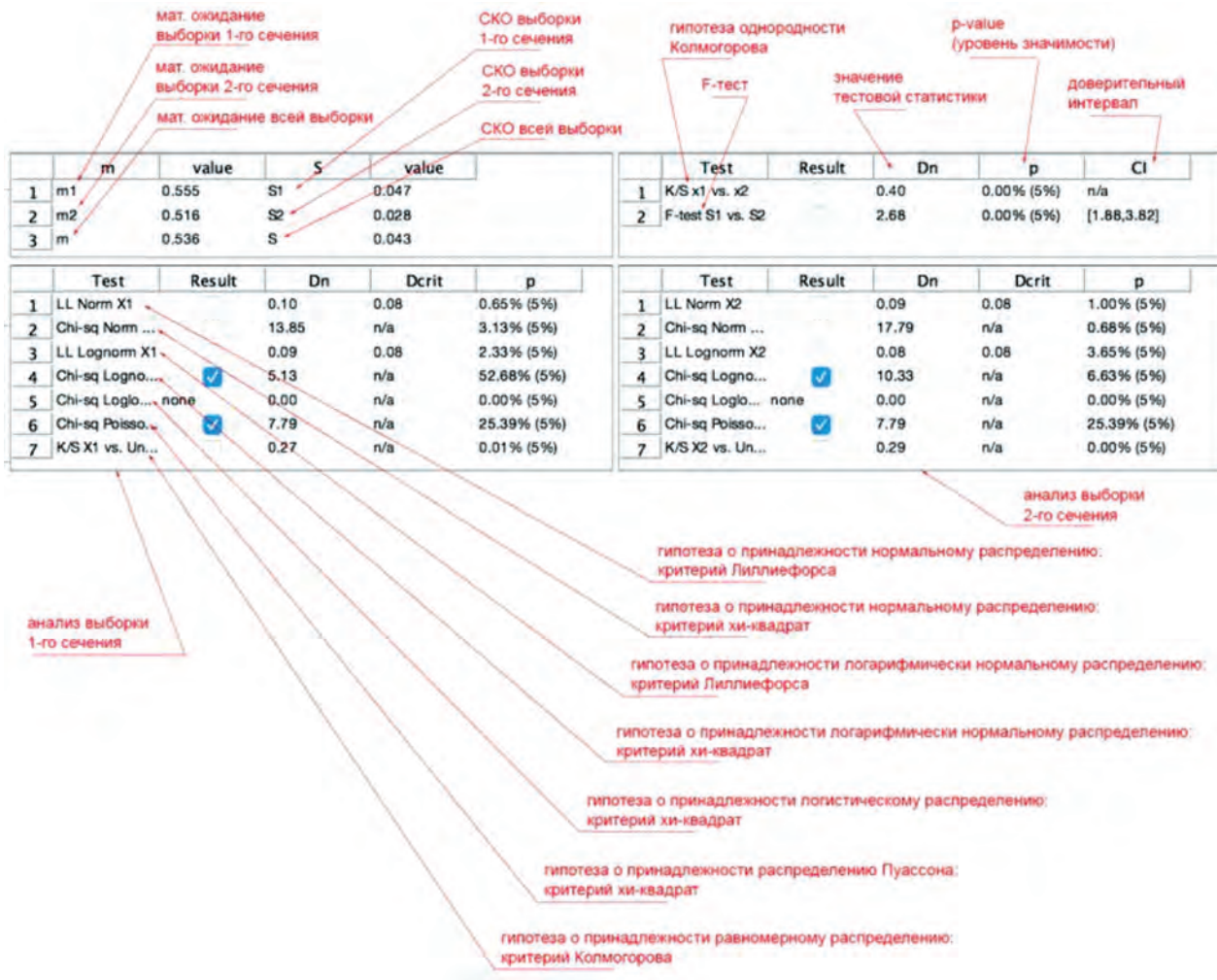


Рисунок 8 – Обозначения статистических параметров в модели

спределений и сравнения их между собой.

Было проведено множество численных испытаний для различных начальных условий, конфигураций устройства рассеивания и параметров частиц, и отмечено, что различные изменения условий рассеивания определяют вид и параметры финального распределения частиц на поверхности. Приведем результаты двух численных реализаций описанных исследований.

Результат 1. Условия расчета: Совокупность из 250-ти частиц загружена в неподвижное устройство рассеивания. Спустя около 600 мс все частицы были рассеяны на поверхности (рис. 9), а ровно половина частиц рассеяна к моменту 370 мс (см. на рис.9 график вверху-справа).

Распределения частиц в двух сечениях не эквивалентны, их параметры также отличаются, и отличия эти существенны.

По критерию χ^2 распределение в сечении t_1 относится к логарифмически нормальному. По критериям Лиллиефорса и χ^2 распределение в сечении t_2 относится к нормальному либо логарифмически нормальному распределению. Видно, что степень рассеяния в первом сечении значительно выше, чем во втором.

Результат 2. Условия расчета: Совокупность из 250-ти частиц загружена в неподвижное устройство рассеивания, которое имеет подвижную лопатку, вибрирующую с частотой 100 Гц, в нижней части трубы рассеивания. Спустя около 600ms все частицы были рассеяны на поверхности (рис.10), а ровно половина частиц рассеяна к моменту 390ms (см. на рис. 10 график вверху-справа).

Распределения в обоих сечениях по-прежнему не эквивалентны, о чём свидетельствует тот факт, что гипотеза

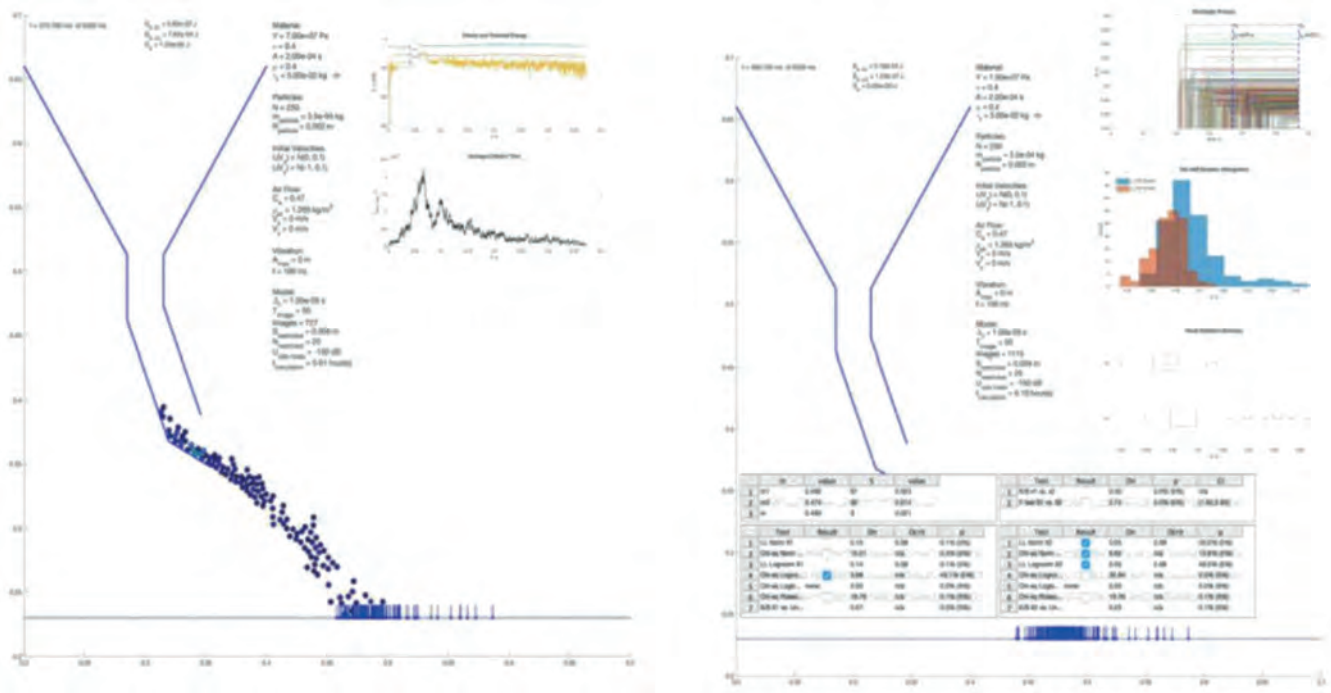
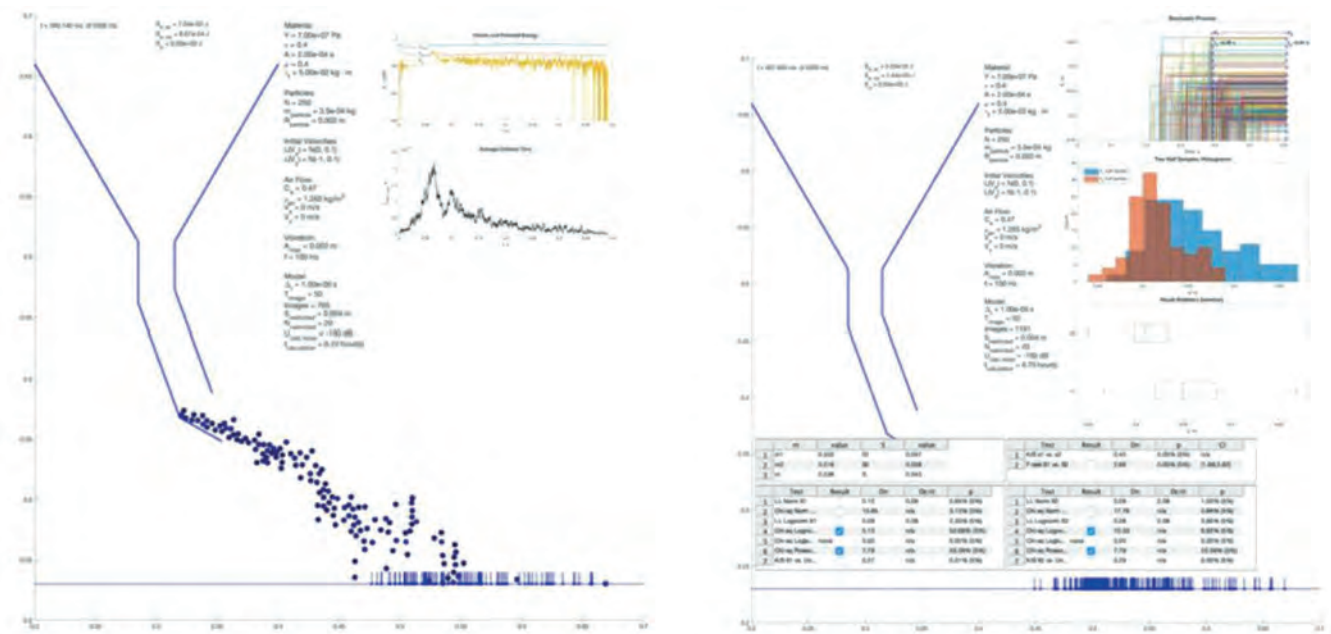


Рисунок 9 – Параметры распределений 1-го результата



а) б)
Рисунок 10 – Параметры распределений 2-го результата

однородности по критерию Колмогорова не выполняется. Однако, результаты проверки остальных гипотез говорят о том, что распределения имеют скорее разные значения параметров, но относятся либо к логарифмически нормальному распределению, либо распределению Пуассона. Следует отметить, что степень рассеяния частиц в устройстве с вибрирующей ло-

паткой оказалась намного выше, чем в полностью неподвижном устройстве.

Выводы. Проведенная реализация методики численного моделирования динамики процесса рассеивания гранулированных частиц, разработанной в работах [1,2], позволила:

- убедиться в работоспособности процедуры численного расчета предложенной

комплексной модели процесса рассеивания, что показали приведенные выше Результаты 1 и 2;

- провести статистический анализ полученных численных результатов и осуществить поиск видов распределения частиц на поверхности в их связи с вариантами конструкций рассеивающих устройств, а также с влиянием на процесс рассеивания внешних факторов;

- вполне определённо полагать, что распределение на поверхности гранулированных частиц, осуществленное для рассмотренных вариантов конструкций рассеивания, очень близко к логарифмически нормальному.

Необходимо также отметить, что те или иные конструктивные изменения и влияние внешних факторов очевидно приводят к различным видам распределений рассеиваемых частиц, и исследовать эти зависимости оказывается удобно в предложенной модели, что может оказаться полезным в том или ином приложении для разрабатываемых рассеивающих устройств.

Литература

1. Шарко В. Комплексное моделирование влияния конструктивных и внешних факторов на динамику гранулированных частиц в процессе рассеивания. Сб. науч. трудов УкрНИИПИТ им. Л.Погорелого. Техничко-технологические аспекты развития и испытания новой техники и технологий для сельского хозяйства Украины., Дослідницьке, 2019. Вып.24 (38), С.63-71

2. Шарко В. Моделирование процесса взаимодействия частиц гранулированной среды при рассеивании. Сб. науч. трудов УкрНИИПИТ им. Л.Погорелого. Техничко-технологические аспекты развития и испытания новой техники и технологий для сельского хозяйства Украины, Дослідницьке, 2018. Вып.23 (37), С.102-111

3. Вайсберг Л. А. Механика сыпучих сред при вибрационных воздействи-

ях: методы описания и математического моделирования/ Вайсберг Л. А., Демидов И. В., Иванов К.С.// -Ст-П.: Обогащение руд, № 4, 2015. -С.21-34

4. Ивченко Г. И., Медведев Ю. И. Введение в математическую статистику. -М.: Наука, 2010. -601с.

5. Hubert W. Lilliefors. On the Kolmogorov-Smirnov Test for Normality with Mean and Variance Unknown. Journal of the American Statistical Association, Vol. 62, No. 318. Jun., 1967.-P.399-402

Literature

1. Sharko V. Integrated modeling of the Influence of Structural and External factors on the Dynamics of Granular particles in the Dispersion process. Coll. Sciences. to UkrNIPIPT them. L. Pogorely. Technical and technological aspects of development and testing of new machinery and technologies for Ukrainian agriculture. Doslidnytske. 2019. Vip. 24 (38). P. 63-71.

2. Sharko V. Modeling of the Process of Interaction Particles of Granulated environment during scattering. Coll. Sciences. to UkrNIPIPT them. L. Pogorely. Technical and technological aspects of development and testing of new machinery and technologies for Ukrainian agriculture. Doslidnytske. 2018. Vip. 23 (37). P. 102-111.

3. Weisberg L. A. Mechanics of flowing media under vibration effects: methods of description and mathematical modeling / Weisberg L. A., Demidov I. V., Ivanov K. S.// -St-P.: Ore dressing, № 4, 2015. P.21-34

4. Ivchenko G. I., Medvedev Yu. I. Introduction to mathematical statistics. -Moscow: Nauka, 2010. -601 p.

5. Hubert W. Lilliefors. On the Kolmogorov-Smirnov Test for Normality with Mean and Variance Unknown. Journal of the American Statistical Association, Vol. 62, No. 318. Jun., 1967.-P.399-402

Literatura

1. Sharko V. Kompleksnoe modelirovanie vlijanija konstruktivnyh i vneshnih faktorov na dinamiku granulirovannyh chastic v processe rasseivaniya. Cb. nauch. trudov UkrNIIPIT im. L.Pogorilogo. Tehniko-tehnologicheskie aspekty razvitija i ispytaniya novoj tehniki i tehnologij dlja sel'skogo hozjajstva Ukrainy, Doslidnickoe, 2019. Vyp.24 (38), S.63-71
2. Sharko V. Modelirovanie processa vzaimodejstvija chastic granulirovannoj sredy pri rasseivanii. Cb. nauch. trudov UkrNIIPIT im. L.Pogorilogo. Tehniko-tehnologicheskie aspekty razvitija i ispytaniya novoj tehniki i tehnologij dlja sel'skogo hozjajstva Ukrainy, Doslidnickoe, 2018. Vyp.23 (37), S.102-111
3. Vajsberg L. A. Mehanika sypuchih sred pri vibracionnyh vozdeystvijah: metody opisanija i matematicheskogo modelirovanija/ Vajsberg L.A., Demidov I. V., Ivanov K. S.// - St-P.: Obogashhenie rud, № 4, 2015. -S.21-34
4. Ivchenko G. I., Medvedev Ju. I. Vvedenie v matematicheskiju statistiku. -M.: Nauka, 2010. -601c.
5. Hubert W. Lilliefors. On the Kolmogorov-Smirnov Test for Normality with Mean and Variance Unknown. Journal of the American Statistical Association, Vol. 62, No. 318. Jun., 1967.-P.399-402

UDC 519.876.5: 004.942

COMPUTATIONAL MODELLING OF GRANULAR MATERIALS

Sharko V., PhD,
<https://orcid.org/0000-0002-4497-4945>,
 e-mail: vadim.vegov@almadavir.com,
 SC «Almadavir»,
Tsulaia A., PhD, Sc. Senior Scientist,
 e-mail: anavats51@gmail.com,
<https://orcid.org/0000-0002-3943-1831>,
 SSO «L. Pogorilyy UkrNDIPVT»

Summary

Goal. *The aim of the research is to carry out numerical calculations based on a previously developed integrated model of granular particles dispersion process. The model considers mutual mechanical interaction of particles, their clash with elements of the construction of the device, the influence of air flow at a velocity of moving particles, as well as effects on particle and gravitational field vibration of structure elements. On this basis, it is possible to build the respective simulation models. The numerical simulation enables accurately explore the influence of the technical parameters of dissipation structure elements and external factors on distribution of particles at the surface without any natural experiment.*

Research methods: *theory of modeling, the physics of heterogeneous phenomena, spatial-hour dynamics, mathematical statistics.*

Research results. *Based on a comprehensive model for numerical simulation of diffusion process of granular particles. Offered several options for device design. Conducted evaluation of the results obtained by the methods of mathematical statistics.*

Findings. *Statistical evaluation of results numerical simulation of diffusion process granular particles in the offered variants of devices provided an opportunity to determine the distribution law particles on the surface characteristic of data structures.*

Keywords: *integrated modelling, process dynamics, granulated particles, distribution law.*

УДК 519.876.5: 004.942

ЧИСЛОВЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ РОЗСІЮВАННЯ ЧАСТИНОК ГРАНУЛЬОВАНОГО СЕРЕДОВИЩА

Шарко В., канд. техн. наук,
<https://orcid.org/0000-0002-4497-4945>, e-mail: vadim.vegov@almadavir.com,
НЦ «Альмадавир»,
Цулая А., канд. фіз.-мат. наук,
<https://orcid.org/0000-0002-3943-1831>, e-mail: anavats51@gmail.com
ДНУ «УкрНДІПВТ ім. Л. Погорілого»,

Анотація

Метою роботи є проведення числових розрахунків на базі розробленої раніше комплексної моделі процесу розсіювання частинок гранульованого середовища, яка більш адекватно моделює цей технологічний процес. Модель враховує взаємну механічну взаємодію частинок, їх зіткнення з елементами конструкції пристрою розсіювання, вплив повітряного потоку на швидкість переміщення частинок, а також вплив дії на частинки гравітаційного поля та вібрації елементів конструкції. Числове моделювання дає можливість більш точно дослідити вплив технічних параметрів елементів конструкції розсіювання та зовнішніх факторів на розподілення частинок по поверхні без проведення натурних експериментів.

Методи дослідження: теорія моделювання, фізика гетерогенних явищ, просторово-часова динаміка, математична статистика.

Результати дослідження. На базі розробленої комплексної моделі проведено числове моделювання процесу розсіювання гранульованих частинок деякими варіантами конструкції засобів розсіювання та оцінювання отриманих результатів методами математичної статистики.

Висновки. Статистичне оцінювання результатів числового моделювання процесу розсіювання гранульованих частинок в деяких варіантах пристроїв дало можливість визначити закони розподілення частинок на поверхні, які є характерними для даних конструкцій.

Ключові слова: комплексне моделювання, динаміка процесу, гранульоване середовище, закон розподілення.